Ocena dokładności pomiaru kąta

Wpływy błędów centrowania na pomiary kątowe

- Przy pomiarze kąta poziomego mogą występować błędy centrowania osi teodolitu nad wierzchołkiem kąta oraz osi sygnałów nad punktami wyznaczającymi kierunki ramion mierzonego kąta
- Błędy te zależą od rodzaju sygnałów oraz przyrządów używanych do centrowania
- W przypadku pomiaru kątów o krótkich ramionach sygnałami celowniczymi są zwykle tyczki miernicze, tarcze celownicze na statywach
- W przypadku długich boków tzw. świece sygnałów triangulacyjnych (historia!!!).

Wpływy błędów centrowania na pomiary kątowe

- Jeżeli chodzi o przyrządy używane do centrowania to do tego celu a służą piony
  - sznurkowy (mechaniczny),
  - drążkowy
  - optyczny
- Dokładność centrowania
  - pionem sznurkowym wynosi:
    - w warunkach laboratoryjnych około ±1.5 - ± 3.0 mm
    - w praktyce terenowej około ±5 - ±7 mm
  - pionem drążkowym około ±1 mm
  - pionem optycznym teoretycznie około ±0.2mm, a w praktyce terenowej około ±0.5 - ± 0.7mm.

Błędy centrowania sygnałów

$$\sin\varepsilon_l = \frac{e_l}{CL_1}\sin\omega_l$$

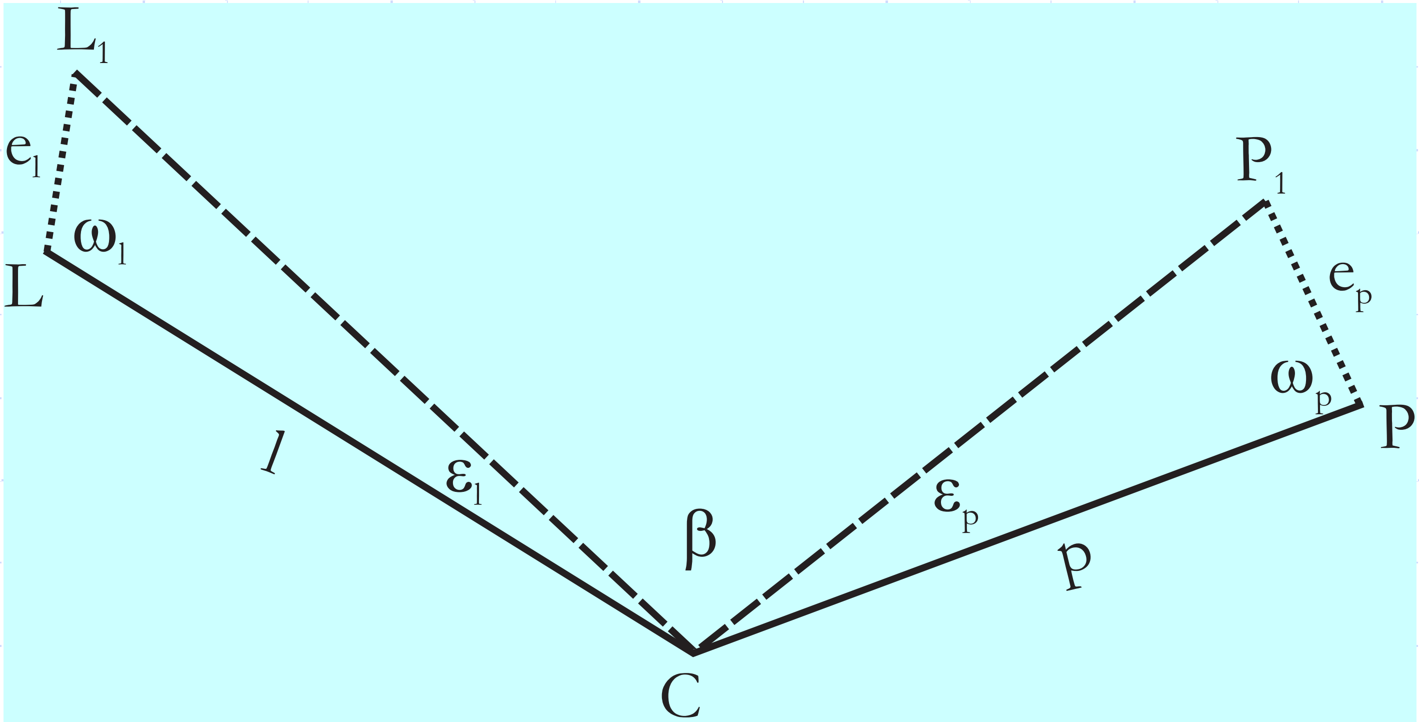
$$\varepsilon_l = \frac{e_l}{l}\sin\omega_l$$

$$m_l^2 = \frac{\sum\varepsilon_l^2}{n}$$

$$m_l^2 = \frac{\sum\frac{e_l^2\sin^2\omega}{l^2}}{n}$$

$$n = \frac{2\pi}{d\omega}$$

$$m_l^2 = \frac{e_l^2\sum\sin^2\omega}{l^2 2\pi}d\omega$$



$$\int_0^{2\pi}\sin^2\omega\, d\omega = \int_0^{2\pi}\frac{1-\cos 2\omega}{2}d\omega = \int_0^{2\pi}\frac{1}{2}d\omega - \int_0^{2\pi}\frac{1}{2}\cos 2\omega\, d\omega = \frac{1}{2}\omega\Big|_0^{2\pi} - \frac{\sin 2\omega}{4}\Big|_0^{2\pi} = \pi$$

Błędy centrowania sygnałów

- Jeżeli długości ramion kąta są równe, czyli *l = p = d*, to

$$m_l^2 = \frac{e_l^2}{2l^2}$$

$$m_s^2 = m_l^2 + m_p^2 = \frac{e_l^2}{2l^2} + \frac{e_p^2}{2p^2} = \frac{1}{2}\left(\frac{e_l^2}{l^2} + \frac{e_p^2}{p^2}\right)$$

$$m_p^2 = \frac{e_p^2}{2p^2}$$

$$m_s = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{e_l^2}{l^2} + \frac{e_p^2}{p^2}}$$

$$m_s'' = \pm \frac{\rho''}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{e_l^2}{l^2} + \frac{e_p^2}{p^2}}$$

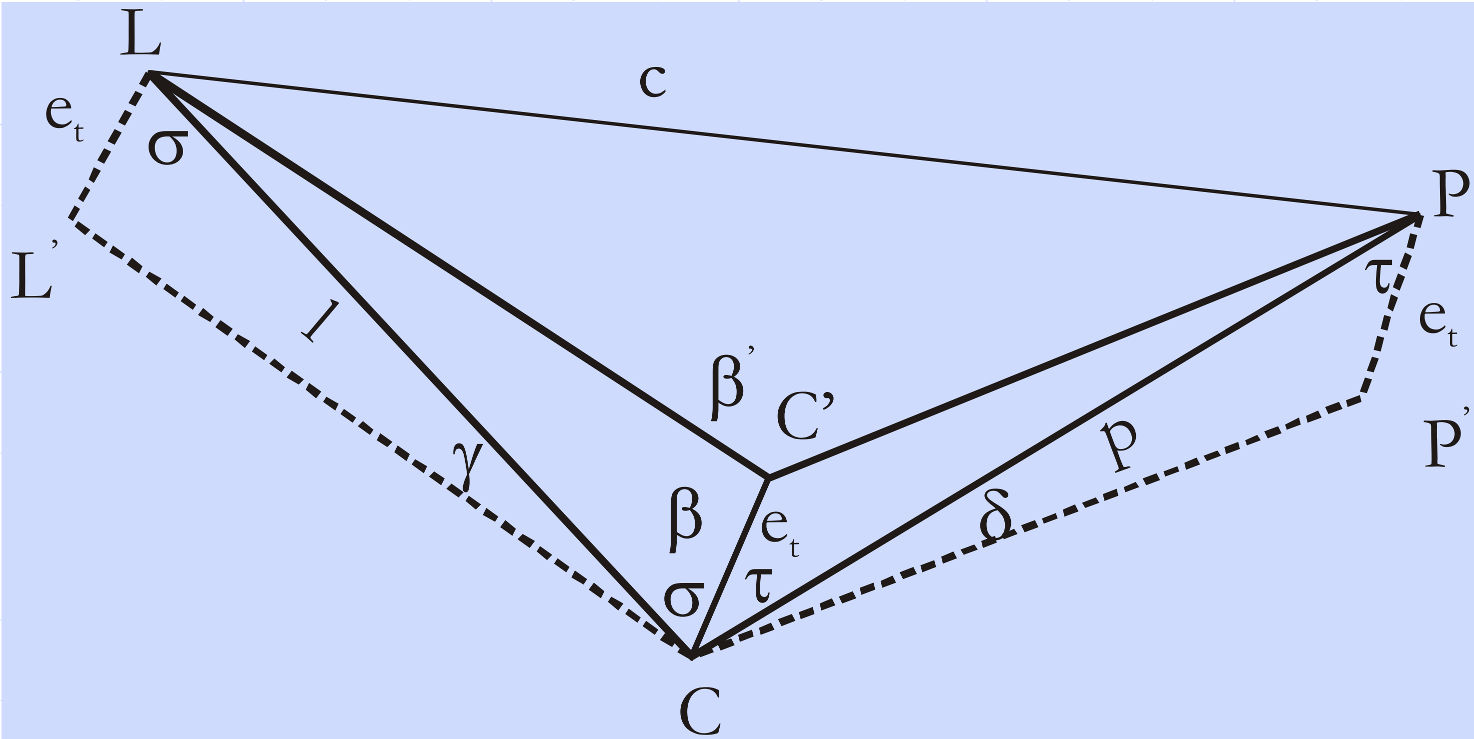
Błędy centrowania sygnałów

- Błąd średni m_s pomiaru kąta β, spowodowany błędami e_l , e_p (lub e_s) centrowania sygnałów, ma następujące własności:
  - jest wprost proporcjonalny do błędów e_l , e_p (lub e_s),
  - odwrotnie proporcjonalny do długości celowych (ramion kąta) *l* i *p* (lub *d*),
  - nie zależy od wielkości mierzonego kąta β.

Przykład

- Jeśli $e_l = e_l = e_s$ oraz $l=p=200$ m
- To $m_s = \pm 2.1''$

Błąd centrowania teodolitu



$$\sigma_t'' = \pm \frac{e_t\,\rho''}{l\,p\sqrt{2}}\sqrt{l^2 + p^2 - 2\,l\,p\cos\beta}$$

Przykład 1

- Jeśli mierzony kąt β ≈ 180°
- To błąd osiąga maksymalną wartość

$$m_t^{nax} = \pm \frac{e_t \rho''}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{l} + \frac{1}{p} \right) = \pm \frac{e_t \rho'' (l + p)}{l p \sqrt{2}}$$

Przykład 2

- Jeśli mierzony kąt $\beta \approx 90^o$, to $\cos \beta = 0$
- To błąd wynosi

$$m_t = \pm \frac{e_t \rho''}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{l^2} + \frac{1}{p^2}} = \pm \frac{e_t \rho''}{l\,p\sqrt{2}} \sqrt{l^2 + p^2}$$

Przykład 3

- Jeśli mierzony kąt $\beta \approx 0^o$ lub 360^o, to $\cos \beta = 1$
- To błąd jest najmniejszy

$$m_t^{min} = \pm \frac{e_t \rho''}{\sqrt{2}} \left(\frac{1}{l} - \frac{1}{p} \right) = \pm \frac{e_t \rho'' (p - l)}{l p \sqrt{2}}$$

Podsumowanie

- Błąd średni m_t pomiaru kąta β, spowodowany błędem centrowania teodolitu, ma następujące własności;
  - jest wprost proporcjonalny do błędu e_t,
  - odwrotnie proporcjonalny do długości ramion kąta l i p,
  - wzrasta w miarę zwiększania się różnicy długości ramion kąta,
  - wzrasta wraz ze zwiększaniem się kąta, przy czym
    - błąd e_t o kierunku prostopadłym do ramion kąta wpływa szczególnie niekorzystnie na błąd m_t ,
    - natomiast mniejsze znaczenie ma wtedy gdy błąd e_t skierowany jest wzdłuż ramion kąta

Łączny wpływ błędów centrowania sygnału i teodolitu

$$m_{st}'' = \pm\sqrt{m_s^2 + m_t^2} = \pm\frac{\rho''}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{e_l^2}{l^2} + \frac{e_p^2}{p^2} + e_t^2\left(\frac{1}{l^2} + \frac{1}{p^2} - \frac{2}{lp}\cos\beta\right)}$$

$$m_{st}'' = \frac{e\rho''}{d}\sqrt{2 - \cos\beta}$$

Gdy błędy centrowania sygnałów i teodolitu są równe

$$m_{st}'' = \frac{e\rho''}{d}\sqrt{3}$$

Gdy kąt beta równa się 180 stopni

Wpływ błędów celowania na pomiary kątowe

- Czynniki, od których zależy wielkość błędu celowania
  - granica rozdzielczości punktowej oka obserwatora,
  - własności optyczne lunety (powiększenie, jasność),
  - rodzaj konstrukcji i grubość kresek siatki celowniczej,
  - kształt i kolor sygnału.
- Oprócz tego błąd celowania zależy od szeregu czynników zewnętrznych, jak:
  - środowisko (pomiary powierzchniowe lub podziemne),
  - oświetlenie sygnału,
  - kontrast celu z tłem,
  - warunki atmosferyczne,
  - przejrzystość atmosfery,
  - wibracja powietrza) itp.

Wpływ błędów celowania na pomiary kątowe

- Analiza wpływów tak różnorodnych czynników na błąd celowania opiera się na badaniach zarówno teoretycznych jak i doświadczalnych,
- W literaturze podaje się najczęściej następujący wzór przybliżony na obliczanie odchylenia standardowego pojedynczego celowania (przy pomiarze kierunku w jednym położeniu lunety):

$$m_c = \pm \frac{k''}{G}$$

  - Gdzie k =granica rozdzielczości punktowej oka wyrażona w sekundach, G powiększenie lunety (k=60″)

Wpływ błędu odczytów na pomiary kątowe

- Odchylenie standardowe odczytu koła limbusa zależy od rodzaju urządzenia odczytowego:
  - W teodolitach noniuszowych można przyjąć, że błąd średni pojedynczego odczytu m_0 za pomocą noniusza jest równy:
  - od ±0.5a do ± a (a-dokładność noniusza).
    - Błąd średni odczytu kierunku m_0 z dwóch noniuszy wynosi od ±0.3 a do ±0.7 a.
  - Błąd średni pojedynczego odczytu m_0 za pomocą mikroskopu szacunkowego można przyjąć jako równy ~±0,1 do ±0,2 wartości najmniejszej działki mikroskopu d,
    - czyli błąd średni odczytu kierunku m_0 wyniesie <u>również</u> od ± 0.1d do ± 0.2d
  - Błąd średni pojedynczego odczytu m_0 w teodolitach z mikrometrem optycznym przy dwóch koincydencjach wynosi ±0.14t, gdzie t jest wartością najmniejszej działki mikrometru

Wpływy zewnętrzne środowiska na pomiary kątowe

- Przy pomiarach kątowych obserwator pracuje w zmiennych warunkach zewnętrznych, a celowe przebiegają w zróżnicowanym środowisku geograficznym,
- Wśród elementów środowiska, których różnorodność lub zmienność w czasie wpływa ujemnie na wyniki pomiarów, należy wymienić :
  - glebę,
  - ukształtowanie pionowe i pokrycie terenu
  - przyziemne warstwy atmosfery.

Błąd pomiaru kąta

- Błąd średni pomiaru kierunku przy jednym położeniu kręgu

$$m_k = \pm\sqrt{m_c^2 + m_o^2}$$

- Błąd średni pomiaru kąta jako różnicy dwóch kierunków, przy założeniu jednakowej ich dokładności jest równe

$$m'_\alpha = \pm m_k\sqrt{2} = \pm\sqrt{2\left(m_c^2 + m_o^2\right)}$$

- Błąd średni kąta pomierzonego w jednej serii

$$m_\alpha = \pm\frac{m'_\alpha}{\sqrt{2}} = \pm m_k = \pm\sqrt{m_c^2 + m_o^2}$$

- Po uwzględnieniu wpływu błędów centrowania instrumentu i sygnałów,

$$m_\alpha = \pm\sqrt{m_c^2 + m_o^2 + m_{st}^2}$$

- Ostatecznie błąd średni kąta średniego z pomiaru w ***s*** seriach

$$m_{\alpha_s} = \pm\frac{m_\alpha}{\sqrt{s}} = \pm\frac{m}{\sqrt{s}} = \frac{\sqrt{m_c^2 + m_o^2}}{\sqrt{s}}$$

Planowanie pomiaru kąta metodą katową

- Odległość między punktami poligonowymi średnio jest równa 300 metrów.
- Charakter prac inżynierskich wymaga, aby maksymalna odchyłka kątowa w poligonie była nie większa niż 12^{cc}.
- W jaki sposób i jakim teodolitem należy wykonać pomiar katów w ciągu aby nie przekroczyć wymaganej odchyłki???
- Jeśli odchyłka maksymalna ma być nie większa niż 12^{cc} to dopuszczalne odchylenie standardowe niezamknięcia poligonu musi być trzykrotnie mniejsze, czyli 4^{cc}.
- Jeśli na każdym punkcie poligonowym kąty są mierzone z jednakową dokładnością σ_β, to zgodnie z prawem przenoszenia się błędów przypadkowych,$\sigma_\beta$pierw(4)=4^{cc} , co determinuje odchylenie standardowe pomiaru kąta w ciągu na wartość nie większą niż

$$\sigma_\beta \le \frac{4^{cc}}{\sqrt{4}} = 2^{cc}$$

Klasyfikacja teodolitów w/g dokładności

- Teodolity o małej dokładności,
  - T30 (Wild), powiększenie 30, średnica koła 50 mm, najmniejsza działka koła 2′, mikroskop szacunkowy, libella 10′
- Teodolity o średniej dokładności,
  - T1 (Wild), powiększenie 30, średnica koła 80 mm, najmniejsza działka koła 6″, mikrometr optyczny, libella 8′
- Teodolity o wysokiej dokładności,
  - T2 (Wild), powiększenie 30, średnica koła 90 mm, najmniejsza działka koła 1″, mikrometr optyczny, libella 8′
- Teodolity o najwyższej dokładności,
  - T3 (Wild), powiększenie 40, średnica koła 140 mm, najmniejsza działka koła 0.2″, mikrometr optyczny, libella 8′

NE 101/100

- Main features •10 or 20" (2/5mgon,0.05/0.01mil) angle reading•Manganese batteries with 22 hour operation (46 hours by alkaline battery)•IPx4 water proof resistant•Clear and blight display with backlight illumination•Simple user interface•Reticle illumination•30x bright telescope•Compact carrying case